Ширина луча линейной антенны, возбуждаемой Гауссианом

М. И. Сугак

Санкт-Петербургский государственный электротехнический университет «ЛЭТИ» им. В.И. Ульянова (Ленина)

sugakmi@yandex.ru

Аннотация. Получены лаконичные формулы для расчета ширины главного лепестка (ШГЛ) энергетической диаграммы направленности (ЭДН) линейной (одномерной) антенны. Антенна синхронно возбуждается негармоническим сигналом с гауссовой огибающей и внутренним синусоидальным заполнением. Предложенные выражения справедливы в области больших и малых значений отношения размера антенны к пространственной длительности импульса. Приведено сравнение расчета ШГЛ на основе предложенных соотношений и точного численного решения.

Ключевые слова: линейная антенна, излучение негармонических сигналов, энергетическая диаграмма направленности, ширина главного лепестка

I. Введение

Интенсивное развитие радиосистем, в которых применяются сверхширокополосные сигналы и сверхкороткие импульсы повышает актуальность оперативного расчета и выявления закономерностей поведения основных характеристик антенн в негармоническом режиме: энергетического коэффициента направленного действия (ЭКНД), энергетического коэффициента усиления (ЭКУ), ширины луча (ШГЛ) ЭДН. Этим вопросам посвящен ряд работ, например: [1–4]. Вместе с тем, наблюдается явный дефицит практических, надежных формул для расчета ширины главного лепестка антенн в негармоническом режиме. При этом для классического синусоидального режима возбуждения антенн простые и достаточно точные формулы давно табулированы [5].

Целью данной работы является получение замкнутых соотношений между ШГЛ ЭДН линейной (одномерной) антенны и отношением размера раскрыва к пространственной длительности возбуждаемого импульса, а также выявление на их основе физических закономерностей поведения направленных свойств. Такая потребность возникает при проектировании как слабонаправленных антенн для импульсных сигналов, так и для антенных решеток. Моделью антенны в данном случае является линейный отрезок длиной $2l$, состоящий из последовательно соединенных диполей Герца, синхронно возбуждаемых сигналом с заданной временной зависимостью тока от времени.

Будем отталкиваться от выражения для нормированной ЭДН такой антенны, представленного в работе [4]:

$$F(\theta)=tg(\theta)^2\,\frac{1-\exp\left(-\frac{1}{2}\left(\frac{kl}{q}\right)^2\right)-\exp\left(-2q^2\cos(\theta)^2\right)\left(-\exp\left(-\frac{1}{2}\left(\frac{kl}{q}\right)^2\right)+\cos\left(2kl\cos(\theta)\right)\right)}{2q^2\left(1-\exp\left(-\frac{1}{2}\left(\frac{kl}{q}\right)^2\right)\right)+2\left(kl\right)^2} \tag{1}$$

Здесь: $F(\theta)$ – ЭДН антенны, как функция угла, θ – угол, отсчитываемый от оси антенны, $2kl$ – электрическая длина раскрыва антенны, $k=\frac{\omega}{c}$, $q=\frac{l}{c\tau}$ половина «временной» длины антенны, т. е. отношение половины длины антенны к пространственной длительности импульса, c – скорость света в вакууме, τ – длительность импульса.

Выражение (1) получено в предположении, что антенна синхронно возбуждается импульсом тока в виде:

$$I(t)=\exp\left(-\left(\frac{t}{\tau}\right)^2\right)\sin(\omega t) \tag{2}$$

Можно убедиться, что, в соответствии с выражением (2), при $\tau\to\infty$ имеем случай предельного перехода к гармоническому сигналу с частотой ω . Тогда из формулы (1) вытекает соотношение для ДН по мощности линейной антенны в режиме синусоидального равноамплитудного возбуждения:

$$F(\theta)\to\sin(\theta)^2\,\frac{\sin\left(kl\cos(\theta)\right)^2}{\left(kl\cos(\theta)\right)^2}\qquad(\tau\to\infty)$$

Таким образом, формула (1) носит универсальный характер с точки зрения временных и частотных характеристик возбуждающего сигнала.

II. Вывод основных соотношений

Получим замкнутое аналитическое выражение для ШГЛ ЭДН. Для этого разложим в выражении (1) экспоненты в ряд с удержанием трех слагаемых:

$$\exp\left(-\frac{1}{2}\left(\frac{kl}{q}\right)^2\right) \approx 1 - \frac{kl^2}{2q^2} + \frac{kl^4}{8q^4}.$$

После подстановки этого разложения в выражение (1) выполним разложение по степеням q. В результате преобразований получим приближенное выражение для ЭДН, справедливое в окрестности малых значений q и ограниченного интервала углов, достаточного для определения ШГЛ по критерию -3 дБ:

$$F(\theta) \approx \sin(\theta)^2\left(1 - \frac{5}{3}q^2\cos(\theta)^2 + \frac{14}{9}q^4\cos(\theta)^4\right) \qquad (3)$$

Можно убедиться, что расчеты по полученному выражению (3) при малых значениях q хорошо совпадают с результатами применения точной формулы (1), что позволяет записать аналитическую оценку для ШГЛ. Далее будем рассуждать следующим образом: в нулевом приближении, с учетом малости q, пренебрегая вторым и третьим слагаемым в формуле (3) можно приближенно найти ШГЛ по уровню половинной энергии из условия:

$$\sin(\theta_0)^2 \approx \frac{1}{2}$$

Здесь θ_0 – половина ширины главного лепестка ЭДН. Таким образом, в нулевом приближении значение ШГЛ равно:

$$2\theta_0^{(0)} \approx \frac{\pi}{2} \cdot$$

Теперь учтем, что более точное значение функции для ЭДН определяется соотношением (3). Полагая, что малое приращение аргумента по углу связано производной с приращением функции вблизи точки $\theta_0^{(0)}$, можно записать выражение для ШГЛ с учетом поправки в следующем приближении, таким образом, получим более точную оценку.

С учетом приближенного выражения для производной от ЭДН по углу, вытекающего из выражения (3):

$$F(\theta)' \approx \sin(2\theta)\left(1 - \frac{5}{3}q^2\cos(2\theta)^2\right),$$

окончательная оценка для ШГЛ в более высоком приближении получается в виде:

$$2\theta_0^{(1)} \approx \frac{\pi}{2} - \frac{5}{6}q^2 + \frac{7}{18}q^4 \qquad (4).$$

При необходимости итерационный процесс можно было бы продолжить и далее, однако, это приводит к усложнению выражения. Представление о характере сходимости дает рис. 1, здесь видно, что, по крайней мере, при $q < 1$, совпадение значений ШГЛ по аппроксимационной формуле (4) и численным решением вполне удовлетворительное. Для малых q в (4), можно пренебречь последним слагаемым, однако область ее применимости будет несколько уже.

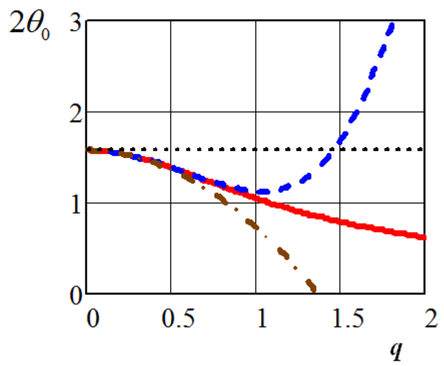

Рис. 1. ШГЛ как функция параметра q: красная линия – точное (численное) решение с применением формулы (1), точки – ШГЛ в нулевом приближении, пунктир – оценка ШГЛ по предложенной формуле (4), штрих-пунктир – формула (4) с использованием только двух первых членов

Для больших значений q из выражения (1) при тех же условиях можно записать приближенное соотношение:

$$F(\theta) \approx tg(\theta)^2 \frac{1 - \exp\left(-2q^2\cos(\theta)^2\right)\left(1 - 4q^2\cos(\theta)^2\right)}{6q^2}.$$

Далее, пренебрегая вторым слагаемым в числителе, и, решая приближенное уравнение для полуширины главного лепестка ЭДН, которое в данном случае запишется так:

$$\frac{tg(\theta_0)^2}{6q^2} \approx \frac{1}{2},$$

можно получить окончательное выражение для ШГЛ ЭДН в виде соотношения неопределенности [4]:

$$2\theta_0 \approx \frac{2}{\sqrt{3}q} \cdot \qquad (5)$$

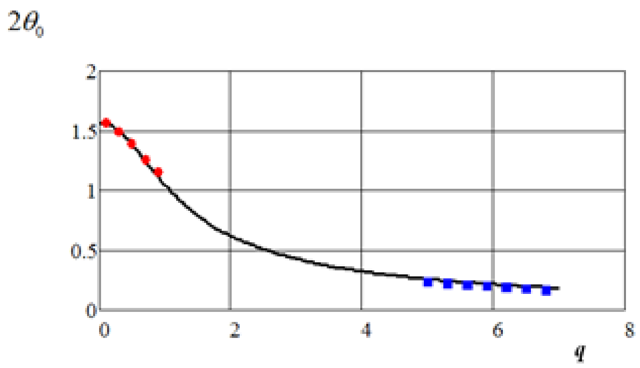

Рис. 2. Зависимость ШГЛ как функции параметра q в широком интервале изменения аргумента: сплошная линия –точное (численное) решение, кружочки – формула (4) для оценки ШГЛ в области малых значений аргумента, квадратики – формула (5)

Действительно, из формулы (5) следует, что произведение длины антенны, нормированной к $c\tau$ на ШГЛ ЭДН есть величина постоянная. Вместе с тем, из соотношения (4) видно, что на весьма важном участке малых q поведения ШГЛ носит иной характер. Здесь также увеличение q приводит к уменьшению ШГЛ ЭДН, однако с существенно иной скоростью.

На рис. 2 приведена зависимость ШГЛ от параметра q, полученная по формулам (1), (4) и (5). Здесь видно, что в ограниченных интервалах значений аргумента наблюдается хорошее согласие между точной формулой (1) и предложенными асимптотическими оценками.

III. Заключение

Для сигналов другой формы нежели (2), например, сигналов с Гауссовой огибающей и косинусоидальным внутренним заполнением, можно получить аналогичные оценки для ШГЛ ЭДН. Учитывая, что в этом случае спектр сигнала в большей степени насыщен низкочастотными составляющими, все кривые пойдут выше, т.е. ширина луча при этом будет больше.

Заметим, что для ряда конкретных систем, режим применения негармонических сигналов с малым значением q весьма распространен (одиночные СШП диполи, антенна Вивальди и пр.).

Список литературы

[1] Авдеев В.Б. Энергетические характеристики направленности антенн и антенных систем при излучении и приеме сверхширокополосных сигналов и сверхкоротких импульсов // Антенны 2002. Вып. 7(62). С. 5-27.

[2] Содин Л.Г. Импульсное излучение антенн // Радиотехника и электроника.1998, Т. 43, №2, С. 166-174.

[3] Зернов Н.В. Коэффициент направленного действия и эффективная площадь апертурной антенны при излучении и приеме негармонических сигналов // Радиотехника. 1995. №3. С. 51-52.

[4] Антенны в режиме излучения негармонических сигналов / под ред. Ю.П. Саломатова и М.И. Сугака СПб.: Изд-во СПбГЭТУ «ЛЭТИ», 2012, 172 с.

[5] Кюн Р. Микроволновые антенны. Л.: Судостроение, 1967. 518 с.